

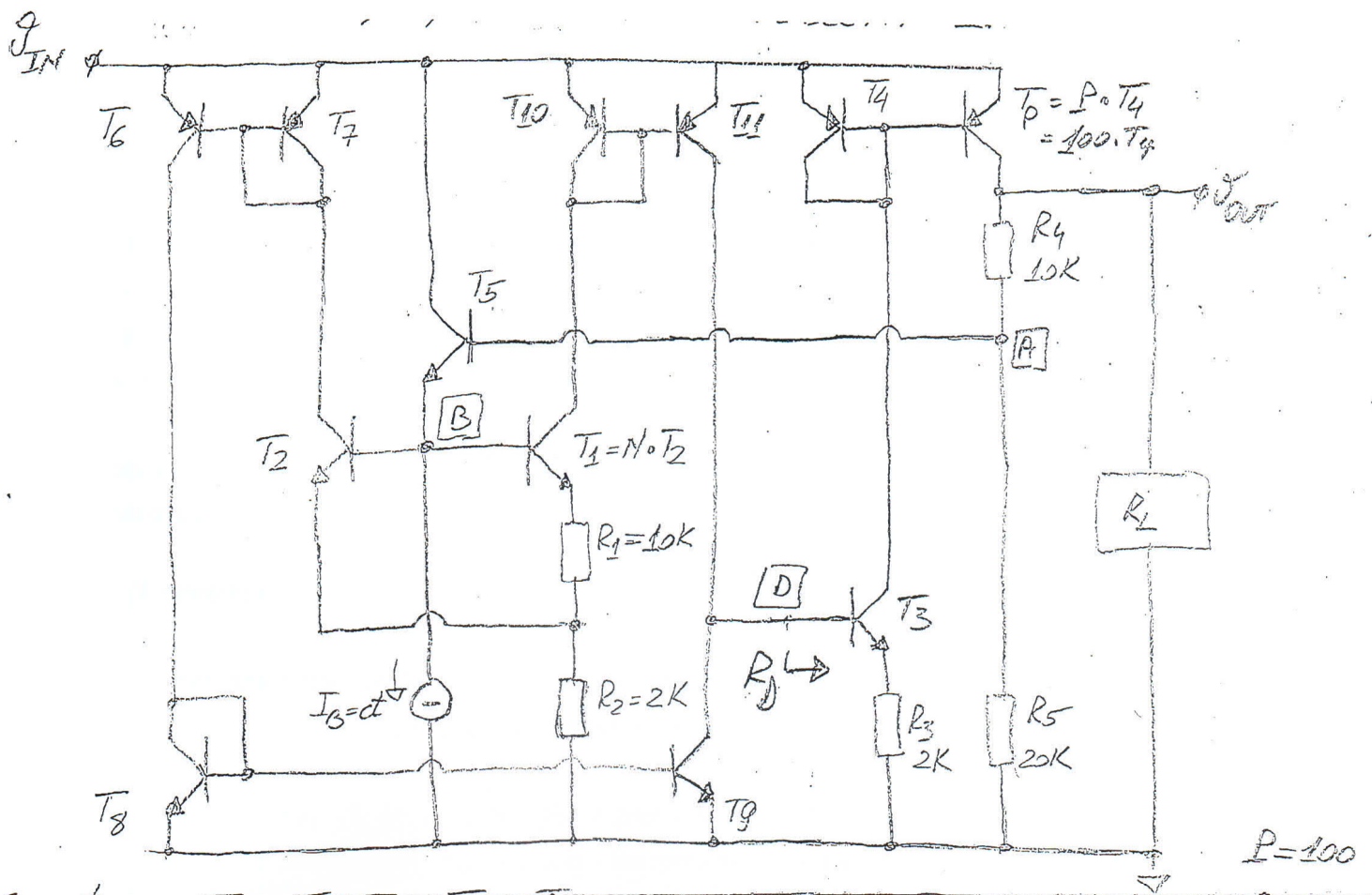
Problema 1. TT Bucuresti, 25.03.2016

Se știe: $T_4=T_6=T_7=T_{10}=T_{11}$; $T_2=T_3=T_5=T_8=T_9$; $T_1=N \cdot T_2$; $T_p=P \cdot T_4$; ($P=100$)

- Toate tranzistoarele funcționează în regiunea activă normală, cu $\beta \gg 1$ iar efectul Early se neglijează ($V_a \rightarrow \infty$, rezistență colector-emitor foarte mare).
- R_D reprezintă rezistența văzută din baza lui T_3 spre masă.

Se cere:

- Demonstrați (pe scurt, cu relații) existența unei bucle de reacție negativă care permite circuitului să mențină $v_{out} = \text{ct.}$, independent de variația tensiunii de intrare, v_{in} , și/sau a rezistenței de sarcină, R_L .
- Găsiți valoarea lui N pentru care v_{out} nu variază cu temperatura. Se consideră $\frac{\partial v_{BE}}{\partial \theta} = -2 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ pe tot intervalul de temperatură și $v_T = \frac{kT}{q} \approx 10^{-2} T$, unde T este temperatura în $^\circ\text{K}$.
- Determinați expresia câștigului (semnal mic) a buclei identificate la punctul a). Se consideră produsul dintre orice rezistență și transconductanța oricărui tranzistor, $g_m \cdot R \gg 1$.



SOLUȚIE PROBLEMA 1.

2) Pornind de la o stare stabilă ($V_{out} = V_{out, ini}$) considerăm o variație ΔV_{out} datorată variației V_{IN} și/sau R_L . De exemplu $\Delta V_{out} > 0$

$$\Delta V_{out} > 0 \Rightarrow \Delta V_A = \alpha V_{out} > 0 \Rightarrow \Delta V_B = \Delta V_A > 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta I_{C2} > 0 \\ \Delta I_{C1} \approx 0 \text{ sau } \Delta I_{C2} > \Delta I_{C1} \end{cases}$$

$$\Delta V_D = R_D \cdot (\Delta I_{C1} - \Delta I_{C2}) < 0 \Rightarrow \Delta I_{C3} < 0 \Rightarrow \Delta I_{Cp} = P \cdot \Delta I_{C3} < 0 \Rightarrow \Delta V_{out} < 0 \quad \text{g.e.d.}$$

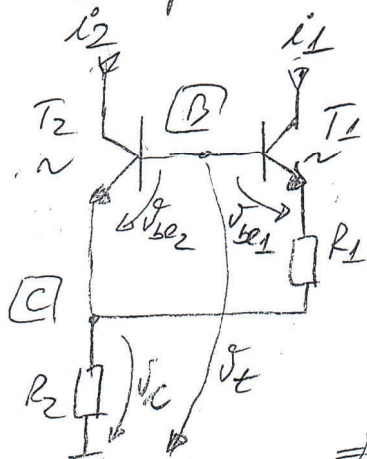
$$V_{BE2} = V_{BE1} + I_{C1} R_1 \Rightarrow I_1 = \frac{V_T}{R_1} \ln N \cdot \frac{I_2}{I_1} \quad \left. \begin{array}{l} I_1 = I_{10} = I_{11} \\ I_2 = I_7 = I_6 = I_8 = I_9 \end{array} \right\} \Rightarrow I_1 = \frac{V_T}{R_1} \ln N$$

$$I_1 = I_{10} = I_{11} \quad \left. \begin{array}{l} I_2 = I_7 = I_6 = I_8 = I_9 \\ R_D \neq 0 \Rightarrow \Delta I_{RD} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow I_{11} = I_9 \Rightarrow I_1 = I_2$$

$$V_A = V_{BE5} + V_{BE2} + (I_1 + I_2) \cdot R_2 = 2V_{BE} + 2V_T \frac{R_2}{R_1} \ln N$$

$$V_{out} = (1 + R_4/R_5) \cdot V_A \Rightarrow \frac{\partial V_{out}}{\partial \Theta} = 0 \Rightarrow -\frac{\partial V_{BE}}{\partial \Theta} = \frac{\partial V_T}{\partial \Theta} \frac{R_2}{R_1} \ln N \Rightarrow N = e^{\frac{100}{0.5}}$$

3) Întrerupem bucla de reacție între modul A și baza lui T5 aplicăm sursa de tensiune V_t în baza lui T5 și calculăm variația lui V_A . T5 implementează un repetor de tensiune $\Rightarrow$ variația lui $V_C = V_t$



$$V_t = V_{BE1} (1 + g_{m1} R_1) + V_{CE} \quad \left. \begin{array}{l} V_{BE2} = V_{BE1} (1 + g_{m1} R_1) \\ V_{BE2} = V_t - V_{CE} \end{array} \right\} \Rightarrow V_{BE2} = V_{BE1} \cdot g_{m1} R_1 \quad (0.5)$$

$$V_C = R_2 (g_{m1} V_{BE1} + g_{m2} V_{BE2}) = R_2 V_{BE1} (g_{m1} + g_{m2} g_{m1} R_1)$$

$$V_t = V_{BE1} (1 + g_{m1} R_1 + g_{m1} R_2 + g_{m1} R_1 g_{m2} R_2) \approx (\text{neglect } 1)$$

$$\approx V_{BE1} g_{m1} R_1 (1 + \frac{R_2}{R_1} + g_{m2} R_2) \approx V_{BE1} g_{m1} R_1 g_{m2} R_2 \quad (1)$$

$$\Rightarrow V_{BE1} \approx \frac{V_t}{g_{m1} R_1 g_{m2} R_2}; \quad V_{BE2} = \frac{V_t}{g_{m2} R_2} \quad (1p)$$

Curentul injectat în modul (D) este $i_1 - i_2 = g_{m1} V_{BE1} - g_{m2} V_{BE2}$

$$\Rightarrow \Delta V_D = R_D \left(\frac{V_t}{R_1 g_{m2} R_2} - \frac{V_t}{R_2} \right) = \frac{R_D}{R_2} \cdot V_t \left(\frac{1}{g_{m2} R_1} - 1 \right) \approx -\frac{R_D}{R_2} V_t \quad (1p)$$

$$i_3 = \frac{g_{m3}}{1 + g_{m3} R_3} \cdot \Delta V_D \Rightarrow i_3 \approx -\frac{R_D}{R_2 \cdot R_3} V_t \quad (0.5p)$$

$$i_p = P \cdot i_3 = P \cdot i_3; \quad \Delta V_A = P \cdot i_3 \cdot R_5$$

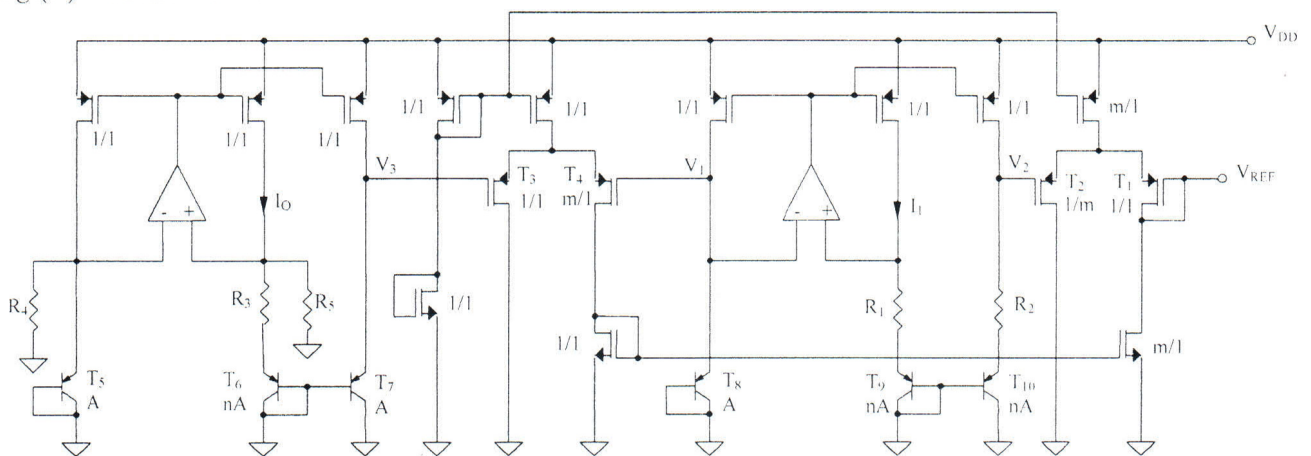
$$T = \frac{\Delta V_A}{V_t} = P \cdot \frac{R_D}{R_2} \cdot \frac{R_5}{R_3} \quad (0.5p)$$

TT Bucuresti 25.03.2016 Problema 2

Se consideră circuitul de tip referință de tensiune bandgap, cu corecție de ordin superior a caracteristicii de temperatură, subcircuitul de pornire nefiind prezentat. Toate tranzistoarele MOS sunt polarizate în saturație și au factorii de aspect W/L menționați în figură. Tensiunea de prag a acestora, $|V_T|$ și parametrul K' au aceleași valori pentru tranzistoarele NMOS, respectiv PMOS. Tranzistoarele bipolare au ariile menționate în figură, iar curenții de bază sunt neglijabili. Se neglijează efectul Early - pentru tranzistoarele bipolare și efectul de modulare a lungimii canalului - pentru tranzistoarele MOS, iar amplificatoarele operaționale se consideră ideale. Dependența de temperatură a tensiunii emitor-bază are expresia generală:

$$V_{EB}(T) = A + BT + (\alpha - \eta) \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{T}{T_O}\right)$$

unde A, B și η sunt constante cunoscute, T_O - temperatura de referință, iar variabila α este determinată de dependența de temperatură a curentului de polarizare a tranzistorului, $I_C(T) = \text{const.} \times T^\alpha$.



- Să se determine expresia dependenței de temperatură a curentului I_O în funcție de constantele A, B, η, n , de temperatura de referință T_O și de rezistențele R_3 și R_5 ; să se determine valoarea n în funcție de constanta B și de rezistențele R_3 și R_5 , necesară pentru realizarea corecției liniare a caracteristicii de temperatură a curentului I_O (anularea termenului dependent liniar de temperatură);
- Să se determine expresia dependenței de temperatură a curentului I_1 , în funcție de constanta B și de rezistențele R_1, R_3 și R_5 , în ipoteza realizării corecției liniare de la punctul anterior;
- Să se determine expresia tensiunii de referință, V_{REF} , în funcție de potențialele V_1, V_2 și V_3 și de constanta m ;
- Neglijând dependența de temperatură a curentului I_O , să se determine expresia dependenței de temperatură a tensiunii de referință, $V_{REF}(T)$, în funcție de $R_1, R_2, R_3, R_5, A, B, \eta, m$ și T_O ;
- Ce relație trebuie să existe între rezistențele R_1, R_2, R_3 și R_5 pentru realizarea corecției liniare a caracteristicii de temperatură a tensiunii de referință, V_{REF} ?
- Determinați expresia constantei m în funcție de η pentru realizarea corecției de ordin superior a caracteristicii de temperatură a tensiunii de referință, V_{REF} ;
- În ipoteza realizării corecțiilor de la punctele e și f, determinați expresia tensiunii de referință, V_{REF} .

Rezolvare:

a.

$$I_{R3} = \frac{V_{EB5} - V_{EB6}}{R_3}$$

$$I_O = I_{R3} + I_{R5} = \frac{V_{th}}{R_3} \ln n + \frac{V_{EB5}}{R_5} = \frac{V_{th}}{R_3} \ln n + \frac{A}{R_5} + \frac{BT}{R_5} + \frac{1-\eta}{R_5} V_{th} \ln \left(\frac{T}{T_O} \right)$$

Corecția liniară a caracteristicii:

$$n = \exp \left(-B \frac{R_3}{R_5} \frac{q}{k} \right)$$

Rezultă:

$$I_O = \frac{1}{R_5} \left[A + (1-\eta) V_{th} \ln \left(\frac{T}{T_O} \right) \right]$$

b.

$$I_1 = \frac{V_{th}}{R_1} \ln n = -B \frac{R_3}{R_1 R_5} T$$

c. Notând $I_{D4} = I_a$ și $I_{D3} = I_b$, rezultă $I_{D1} = mI_a$ și $I_{D2} = mI_b$. Deci:

$$V_{REF} - V_2 = V_{SG2} - V_{GS1} = \sqrt{\frac{2mI_b m}{K}} - \sqrt{\frac{2mI_a}{K}} = m \left(\sqrt{\frac{2I_b}{K}} - \sqrt{\frac{2I_a}{mK}} \right)$$

$$V_1 - V_3 = V_{SG3} - V_{GS4} = \sqrt{\frac{2I_b}{K}} - \sqrt{\frac{2I_a}{mK}}$$

Rezultă:

$$V_{REF} = V_2 + m(V_1 - V_3)$$

d.

$$V_1 - V_3 = V_{EB8} - V_{EB7} = V_{th} \ln \left(\frac{T}{T_O} \right)$$

Rezultă:

$$V_{REF}(T) = I_1 R_2 + V_{EB10}(T) + m V_{th} \ln \left(\frac{T}{T_O} \right)$$

$$V_{REF}(T) = -B \frac{R_2 R_3}{R_1 R_5} T + m V_{th} \ln \left(\frac{T}{T_O} \right) + A + BT + (1-\eta) V_{th} \ln \left(\frac{T}{T_O} \right)$$

e. Corecția liniară a caracteristicii:

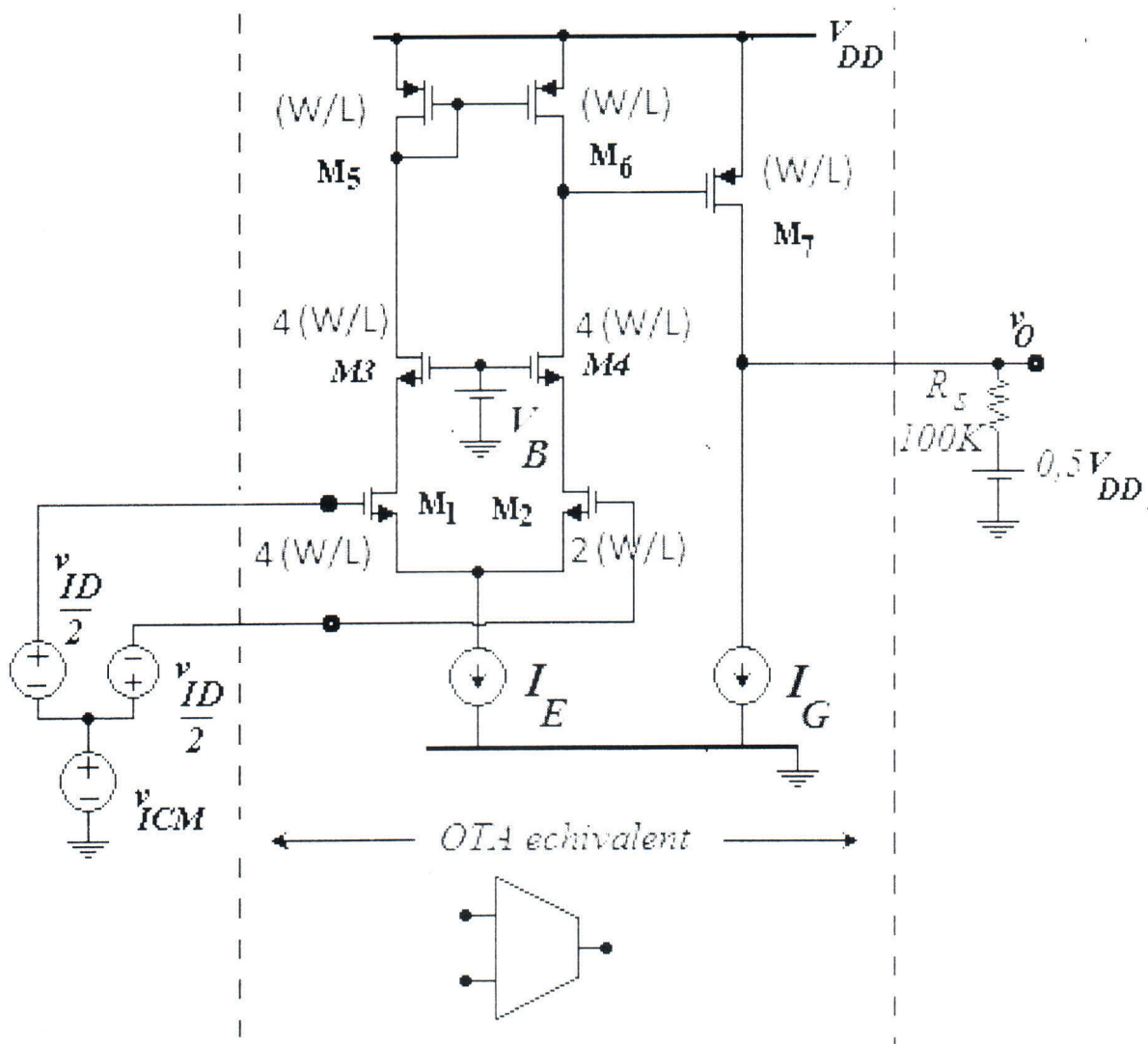
$$R_2 R_3 = R_1 R_5$$

f. Corecția de ordin superior a caracteristicii:

$$m = \eta - 1$$

g.

$$V_{REF} = A$$



In circuitul din figura se va considera ca toate tranzistoarele au aceasi tensiune de prag, $V_{THI}=0.4V$ si ca, daca un transistor cu raportul dimensiunilor (W/L) este in saturatie, un curent $I_D=10\mu A$ va determina o tensiune $V_{GSI}=0.6V$, indiferent de tipul tranzistorului NMOS sau PMOS. Se va considera ca $V_{DD}=2,5V$, $V_{ICM}=0,5V_{DD}$, $I_E=20\mu A$, $I_G=10\mu A$, rezistenta de iesire din sursele de curent constant I_G si I_E se va considera foarte mare, $V_B=1,7V$, $R_S=100K\Omega$.

Se cere:

1. Considerand $V_{ID}=0V$ si presupunind infinita rezistenta de iesire din tranzistoare, se cere sa se calculeze tensiunea de cc din iesirea V_O .
2. Sa se calculeze tensiunea V_{ID} pentru care tensiunea din iesirea V_O este $0,5V_{DD}$
3. Sa se calculeze amplificarea in semnal mic (v_O/v_{ID}) pentru amplificatorul OTA echivalent circuitului desenat in figura de mai sus, in conditia in care $V_O=0,5V_{DD}$ si considerand ca toate tranzistoarele au rezistenta de iesire (rezistenta drena-sursa) de $100K\Omega$.

Soluție problema 3

1. $V_{ID} = 0$ și $\left(\frac{W}{L}\right)_1 \neq \left(\frac{W}{L}\right)_2$ determină $I_1 \neq I_2$. Având $V_{GS1} = V_{GS2}$ se obține din

$$\begin{cases} \frac{I_1}{2} = 2 \\ I_1 + I_2 = I_E \end{cases} \rightarrow I_1 = \frac{2I_E}{3}, I_2 = \frac{I_E}{3}$$

2p $\begin{cases} I_1 = I_3 = I_5 = (I_G)_{\text{teoretic}} \text{ din oglindă } M_5, M_6 \rightarrow (I_G)_{\text{teoretic}} = I_1 \\ I_4 = I_2 \Rightarrow (I_G)_{\text{teoretic}} > I_4 \rightarrow M_6 \text{ este în triodă!!!} \end{cases}$

Se va demonstra că M_6 este în triodă calculând V_{SD6} .

Se notează $I_{Du} = 10 \mu A = \frac{1}{2} \left(\mu_{Gx} \frac{W}{L} \right) (V_{OVu})^2 \rightarrow \mu_{Gx} \frac{W}{L} = \frac{2I_{Du}}{V_{OVu}^2}$

Curentul din M_6 în triodă $(I_G)_{\text{triodă}} = I_2 = \frac{I_E}{3}$

Tensiunea V_{SD6} se obține din

$(I_G)_{\text{triodă}} = \left(\mu_{Gx} \frac{W}{L} \right) \left[V_{OV5} V_{SD6} - \frac{V_{SD6}^2}{2} \right] \approx \left(\mu_{Gx} \frac{W}{L} \right) V_{OV5} V_{SD6}$

Tens V_{OV5} se obține din $\frac{2}{3} I_E = \frac{1}{2} \left(\mu_{Gx} \frac{W}{L} \right) V_{OV5}^2$ cu care

se obține $V_{SD6} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{I_E}{I_{Du}}} V_{OVu} \approx 30 \text{ mV}$

0,5 $\text{Deoarece } V_{SD6} = V_{SG7} < |V_{TH}| \rightarrow M_7 \text{ este blocat}$

$V_0 = 0,5 V_{DD} - R_S I_S = 1,25 - 1 = 0,25 \text{ V}$

2. Din $V_0 = 0,5 V_{DD} - R_S I_S = 0,5 V_{DD} \Rightarrow I_S = 0 \rightarrow I_7 = I_G$

Deoarece M_7 este în saturatie și M_6 este în saturatie,

Din $I_6 = I_4$ și $I_6 = I_5 = I_3 = I_1$, $I_4 = I_2 \Rightarrow I_1 = I_2$

1p Din $\begin{cases} I_1 = I_2 \\ I_1 + I_2 = I_E \end{cases} \rightarrow I_1 = I_2 = \frac{I_E}{2}$

$V_{ID} = V_{GS1} - V_{GS2}$

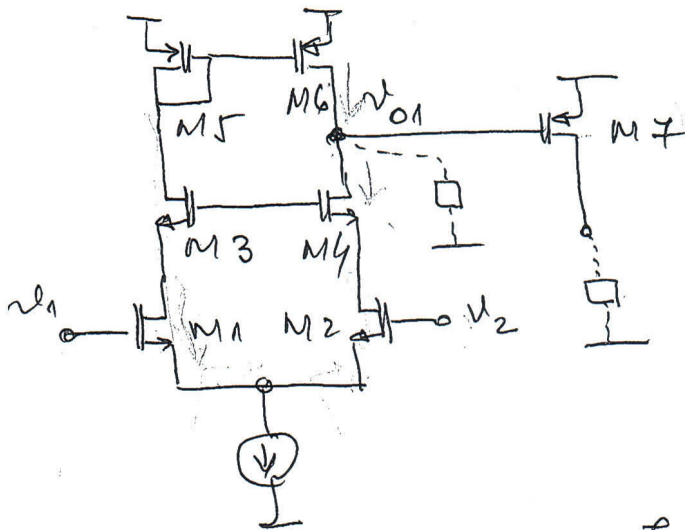
0,5p $\rightarrow V_{GS1} = V_{TH} + \sqrt{\frac{I_{Du}}{\mu_{Gx} \frac{W}{L}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{4}} = V_{TH} + \frac{V_{OVu}}{2}$

0,5p $\rightarrow V_{GS2} = V_{TH} + \sqrt{\frac{I_{Du}}{\mu_{Gx} \frac{W}{L}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = V_{TH} + \frac{V_{OVu}}{\sqrt{2}}$

0,5p $V_{ID} = V_{OVu} \cdot \frac{\sqrt{2}-2}{2\sqrt{2}} = 200 \text{ mV} \cdot \frac{-0,6}{2\sqrt{2}} \approx -42 \text{ mV}$

3

4,0



În condițiile punctului 2, i_{M1} și i_{M2} curenții sunt egali. M_1 și M_2 vor avea transcond. diferite $g_{m1} \neq g_{m2}$ deoarece au $\left(\frac{W}{L}\right)_1 \neq \left(\frac{W}{L}\right)_2$.

Se va folosi suprapunerea efectelor. Rez. desenate punctat sunt determinate de rez. de cîșire dire. la aug. și sc. notate cu R_o .

I $v_1 \neq 0, v_2 = 0$

11,5p {
$$\begin{cases} i_1 + i_2 = 0 \\ i_1 = \frac{g_{m1} v_1}{1 + \frac{g_{m1}}{g_{m2}}} \\ i_1 = i_3 = i_5 = i_6 \\ i_4 = i_2 \end{cases}$$

$$v_{o1} = R_o(i_1 - i_2) = 2R_o \frac{g_{m1} g_{m2}}{g_{m1} + g_{m2}} v_1$$

Etajul cu $M7$ amplifică cu $a_7 = -g_{m7} R_o$

$$v_o(v_1) = -2 \frac{g_{m1} g_{m2}}{g_{m1} + g_{m2}} R_o (g_{m7} R_o)$$

II $v_1 = 0, v_2 \neq 0$

1,5p { Similar se obține
$$v_o(v_2) = 2 \frac{g_{m1} g_{m2}}{g_{m1} + g_{m2}} R_o (g_{m7} R_o)$$

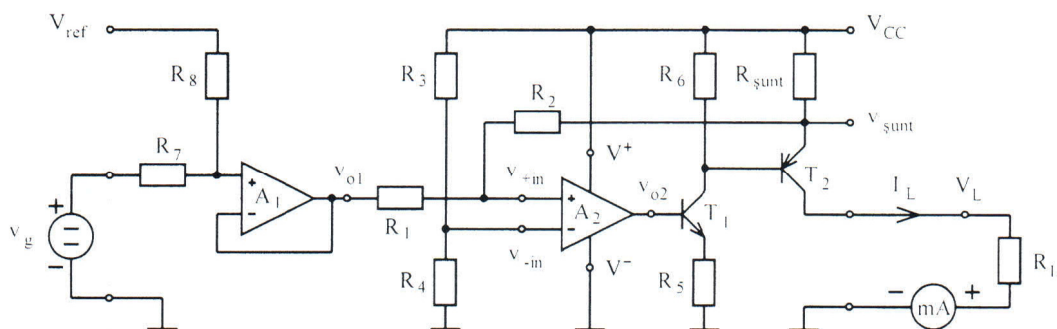
Concluzie

0,75p
$$v_o = -2 \frac{g_{m1} g_{m2}}{g_{m1} + g_{m2}} R_o (g_{m7} R_o) (v_1 - v_2) \quad (v_{id})$$

Numeric

0,25p
$$A \approx -2 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot \frac{200 \cdot 10^{-6} \cdot 141 \cdot 10^{-6}}{341 \cdot 10^{-6}} \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \approx 165$$

Schema din figură este un convertor tensiune-curent cu șunt flotant. Semnalul de intrare $v_g > 0$ este o tensiune continuă, a cărei valoare poate fi reglată între 0 și 10V. Semnalele v_g și i_L se măsoară cu aparate de curent continuu.



Se cunosc:

$R_5 = R_6 = 15 \text{ k}\Omega$, $R_7 = R_8 = 8.2 \text{ k}\Omega$, $R_{\text{șunt}} = 220 \text{ }\Omega$, $\beta_1 = \beta_2 = \infty$, AO ideale,
 $V_{\text{ref}} = 2.5 \text{ V}$ și $V_{CC} = 24 \text{ V}$.

Se cere:

- Notăm $v_{\text{șunt}}$ semnalul de ieșire al amplificatorului format de A_2 , T_1 , R_5 , R_6 , T_2 , $R_{\text{șunt}}$. Acest amplificator operațional hibrid este configurat cu o rețea de reacție formată din rezistențele R_1 , R_2 , R_3 și R_4 . Explicați pe scurt (cu relații) de ce reacția este negativă.
- Dacă $v_{o1} > 0$ este o tensiune constantă, ce relație trebuie să existe între rezistențele R_1 , R_2 , R_3 și R_4 astfel încât curentul i_L să nu depindă de valoarea tensiunii V_{CC} ?
- Atunci când este îndeplinită condiția de la punctul b, calculați expresia analitică a funcției liniare $i_L = f(v_g, v_{\text{ref}})$.
- Determinați relația dintre rezistențele R_1 și R_2 astfel încât pentru $v_g = 10 \text{ V}$ să se obțină curentul $i_L = 20 \text{ mA}$.

2p a. În schemă avem un amplificator operațional hibrid care are pe calea directă două amplificatoare conectate în serie:

- Amplificatorul operațional A_2 ;
- Amplificatorul în conexiune emitor comun T_1 , R_5 , R_6 , urmat de repetorul T_2 , $R_{\text{șunt}}$. Notăm A_V , amplificarea suplimentară introdusă cele două tranzistoare pe calea directă a amplificatorului cu reacție negativă:

$$\left. \begin{array}{l} R_5 = R_6 \\ \beta_1 = \beta_2 = \infty \end{array} \right\} \Rightarrow A_V = \frac{v_{\text{șunt}}}{v_{o1}} \cong -\frac{R_6}{R_5} = -1 \quad (1)$$

Amplificatorul operațional este alimentat asimetric: $V^+ = V_{CC}$ și $V^- = 0V$. În aceste condiții potențialul intrării inversoare este:

$$v_{-in} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_{CC} \quad (2)$$

Dacă luăm ca referință potențialul v_{-in} , atunci între bornele v_{o1} și $v_{\text{șunt}}$ avem un amplificator inversor. Rezistența de reacție R_2 se conectează între emitorul tranzistorului T_2 și borna v_{+in} . Reacția este negativă pentru că tranzistorul T_1 inversează semnalul de pe calea directă a amplificatorului cu reacție.

5p b. Neglijăm curentul i_{B2} și curentul care trece prin rezistența R_2 . Curentul de ieșire al convertorului tensiune-curent se calculează cu formula:

$$i_L = \frac{V_{CC} - v_{\text{șunt}}(t)}{R_{\text{șunt}}} \Rightarrow v_{\text{șunt}} = V_{CC} - R_{\text{șunt}} i_L \quad (3)$$

Curentul de reacție circulă între borna $V_{\text{șunt}}$ și borna V_{o1} . Pentru curentul de reacție scriem ecuația:

$$\frac{v_{\text{șunt}} - v_{+in}}{R_2} = \frac{v_{+in} - v_{o1}}{R_1} ;$$

$$\frac{v_{o1}}{R_1} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_{+in} - \frac{v_{\text{șunt}}}{R_2} \quad (4)$$

Pentru că $A_2 A_V \rightarrow \infty$ și pentru că reacția este negativă avem $v_{+in} = v_{-in}$. Înlocuim în ecuația (4) tensiunea v_{-in} din ecuația (2) și tensiunea $v_{\text{șunt}}$ din ecuația (3):

$$\frac{v_{o1}}{R_1} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_{CC} - \frac{1}{R_2} (V_{CC} - R_{\text{șunt}} i_L) \quad (5)$$

După ce desfacem parantezele obținem funcția:

$$\frac{R_{\text{șunt}} i_L}{R_2} = \frac{v_{ol}}{R_1} + \left[\frac{1}{R_2} - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right] V_{CC}$$

$$i_L = \frac{R_2}{R_1 R_{\text{șunt}}} v_{ol} + \left[1 - \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{R_3}{R_4 + R_3} \right] \frac{V_{CC}}{R_{\text{șunt}}} \quad (6)$$

Condiția “curentul i_L nu depinde de valoarea tensiunii V_{CC} ” se realizează dacă paranteza pătrată din ecuația (6) este nulă:

$$1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{R_3}{R_4 + R_3} \quad (7)$$

29. c. Dacă este îndeplinită condiția (7) funcția (6) se pune sub forma:

$$i_L = \frac{R_2}{R_1 R_{\text{șunt}}} v_{ol} \quad (8)$$

Amplificatorul operațional A_1 configurat cu rezistențele $R_7 = R_8$ formează un sumator neinvertor.

$$v_{ol} = \frac{v_g + V_{\text{ref}}}{2} \quad (9)$$

Înlocuind rezultatul (9) în formula (8) obținem:

$$i_L = \frac{R_2}{2 R_1 R_{\text{șunt}}} (v_g + V_{\text{ref}}) \quad (10)$$

19. d. Din formula (9) calculăm:

$$\left. \begin{array}{l} v_g = 10 \text{ V} \\ i_L = 20 \text{ mA} \end{array} \right\} \Rightarrow 20 \text{ mA} \times 220 \Omega = \frac{R_2}{2 R_1} (10 \text{ V} + 2.5 \text{ V}) ;$$

$$R_1 = \frac{12.5 \text{ V}}{2 \times 4.4 \text{ V}} R_2 ;$$

$$R_1 = 1.42 R_2 \quad (11)$$